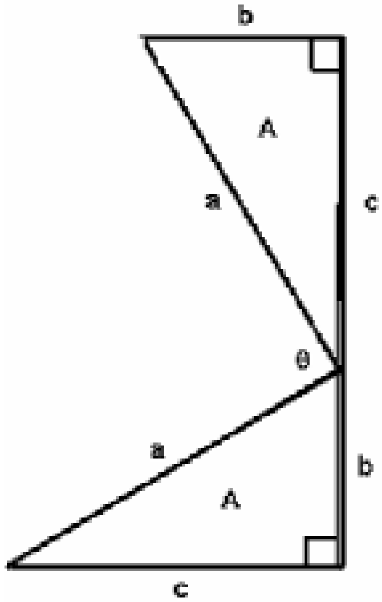
O TEOREMA DE PITÁGORAS E O PRESIDENTE GARFIELD

James Abrahan Garfield (1831 – 1881) foi o vigésimo presidente dos Estados Unidos e era um grande estudioso e entusiasta da matemática. Em 1876, enquanto estava na Câmara de Representantes, rabiscou num papel uma interessante demonstração do Teorema de Pitágoras. O New England Journal of Education publicou esta demonstração.

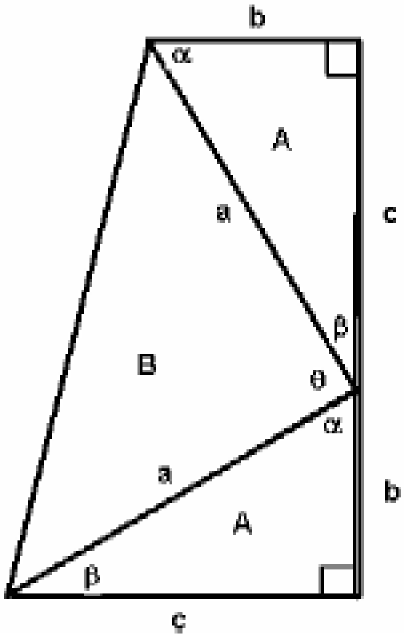
Todos sabemos que, para um triângulo retângulo de catetos **b** e **c** e hipotenusa **a,** vale a relação $a^2 = b^2 + c^2$, que é o teorema de Pitágoras.

Vejamos como era a demonstração de Garfield:

Ele começou desenhando um triângulo retângulo, de catetos **b** e **c** e hipotenusa **a.** Em seguida repetiu o mesmo triângulo, em outra posição e com um dos vértices coincidindo. Dessa forma ele colocou em alinhamento o cateto **b** de um dos triângulos, com o cateto **c** do outro.



Em seguida, "fechou" a figura, obtendo um trapézio retângulo constituído pelos dois triângulos retângulos iniciais (iguais) e um outro triângulo que, como vamos demonstrar, é também um triângulo retângulo.



Precisamos mostrar que o ângulo θ tem medida de 90º, para confirmar a afirmativa de que o terceiro triângulo (B) é também retângulo.

Como o triângulo inicial (A) é retângulo, temos que os ângulos α e β somam 90º (pela Lei angular de Tales). Dessa forma, olhando os três ângulos formados em torno do ponto P, e do mesmo lado de uma reta, teremos que $\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$, nos levando a concluir que β mede também 90º e o triângulo B é também retângulo.

Observe ainda que as três partes unidas geraram um **TRAPÉZIO RETÂNGULO**, cuja altura é **b + c** e cujas bases são **b** e **c**.

Podemos calcular a área desse trapézio de duas formas:

a) Diretamente pela fórmula da área do trapézio
b) Somando as áreas dos três triângulos retângulos (2A e 1B)

É claro que, não importa a forma do cálculo, esses dois resultados devem ser iguais. Vejamos:

Por a) (metade da soma das bases) x altura ou $\dfrac{(b+c)}{2}.(b+c)$

Por b) soma das áreas das partes: 2 . A + B ou $2.\dfrac{bc}{2} + \dfrac{a.a}{2} = bc + \dfrac{a^2}{2}$

Igualando as duas expressões obtidas, teremos:

$$bc + \frac{a^2}{2} = \frac{(b+c)^2}{2}$$

$$2bc + a^2 = b^2 + 2bc + c^2$$

$$\text{ou, finalmente, } a^2 = b^2 + c^2$$

Atualmente já existem registradas cerca de 400 demonstrações diferentes do teorema de Pitágoras.

Fonte: SÁ, Ilydio Pereira de. **A Magia da Matemática: Atividades Investigativas, Curiosidades e Histórias da Matemática.** Ed. Ciência Moderna, RJ:2007

Prática Pedagógica em Matemática I
Licenciatura em Matemática
UERJ
Prof. Ilydio Pereira de Sá